Mária Sadloňová

Fajn MATIKA

(nejen) na přijímačky

150

řešených příkladů

(vzorek)

Fajn MATIKA s.r.o. 2011
Štefánikova 2, 737 36 Český Těšín
www.fajnmatika.cz

Mgr. Mária Sadloňová

FajnMATIKA (nejen) na přijímačky

150 řešených příkladů (reklamní vzorek)

Vydaní první, (reklamní vzorek)

OBSAH

Testy 4 – 10 jsou v knize.

Milí žáci,

dostává se Vám do rukou zcela nová matematická sbírka, kterou Vám chceme pomoci při přípravě na důležitý krok ve Vašem životě – přijímací zkoušky na střední školy.

Ona zase tak úplně nová není. Na Slovensku už bylo vytištěno celkem deset jejích vydání. Naše Fajn MATIKA obsahuje 150 řešených příkladů z posledního z nich. Při jejich sestavování jsem vycházela ze zkušeností s předchozími sbírkami. Vzala jsem do úvahy i ohlasy žáků, kteří je používali při přípravě na přijímací zkoušky a jejich učitelů.

Příklady v naší knize jsou rozděleny do deseti testů, za každým testem je jeho úplné řešení. Neřešené úlohy jsme do sbírky nezařadili, protože předpokládáme, že máte i jiné knihy, ze kterých se připravujete. V nich jistě naleznete dostatek úloh a příkladů, které Vám snad pomůže vyřešit i naše FajnMATIKA.

Přeji Vám mnoho elánu při řešení příkladů a doufám, že Vám naše kniha bude dobrým společníkem na cestě za studijním úspěchem.

Mária Sadloňová

TEST 1

1.	Vypočtěte a vyjádřete v základním tvaru $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right):\frac{7}{6}+\frac{11}{14}$
2.	Rozložte na součin $3xy-y^2+3x-y$
3.	Řešte rovnici a proveďte zkoušku $2(x-1)+\frac{3x-1}{2}=-2,5$
4.	Určete, kolik přirozených čísel menších než 7 vyhovuje nerovnici $\frac{x-1}{2}-\frac{2x+3}{3}<1$
5.	Vypočtěte 45% z 900.

6.	Určete, pro jaké *a* zlomek $\frac{a+3}{2a-4}$ a) nemá smysl b) má hodnotu 1
7.	Ze vzorce pro obsah lichoběžníku vyjádřete a) výšku *v* b) základnu z_1 (delší)
8.	Nahraďte písmena *A* a *B* číslicemi tak, aby výsledné číslo *x* bylo dělitelné dvanácti, je-li $x = 2A3B$
9.	Z 32 hracích karet náhodně vytáhněme 2 karty. Jaká je pravděpodobnost, že obě karty budou králové?
10.	Z pěti druhů polévek, deseti hlavních jídel a třech druhů moučníků si můžete zvolit jeden kompletní oběd. Kolik různých obědů (polévka, hlavní jídlo, moučník) můžete sestavit?

11.	Vypočtěte, o kolik procent se zmenší povrch krychle, zmenší-li se délka všech hran o 10%.
12.	V pravoúhlých trojúhelnících ABC, $A'B'C'$ s pravým úhlem při vrcholech C a C' jsou známé velikosti úhlů $\alpha = 42°16'$ a $\beta' = 47°44'$. Rozhodněte, zda jsou tyto trojúhelníky podobné.
13.	Vypočtěte poloměr kružnice opsané pravoúhlému trojúhelníku, jehož odvěsny jsou dlouhé 10 cm a 24 cm.
14.	Vypočtěte obvod kruhu, je-li jeho obsah S = 2119,5 cm^2.
15.	Nádoba tvaru válce má výšku v = 15 cm. Její vnitřní průměr je d = 400 cm. Výška dna je 6 cm. Kolika litry vody naplníte tuto nádobu?

ŘEŠENÍ TESTU 1

1. $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right):\frac{7}{6}+\frac{11}{14}=\frac{3+2}{6}\cdot\frac{6}{7}+\frac{11}{14}=\frac{5}{7}+\frac{11}{14}=\frac{2\cdot 5}{14}+\frac{11}{14}=\frac{21}{14}=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$

2. $3xy-y^2+3x-y=3x(y+1)-y(y+1)=(y+1)(3x-y)$

3. $2(x-1)+\frac{3x-1}{2}=-2{,}5 \quad /\cdot 2$

$$4x-4+3x-1=-5$$
$$7x=0$$
$$x=0$$

zkouška:

$$L=2.(0-1)+\frac{3.0-1}{2}$$
$$L=-2+\left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$L=-2{,}5$$
$$P=-2{,}5$$
$$L=P$$

4. $\frac{x-1}{2}-\frac{2x+3}{3}<1 \quad /\cdot 6$

$$3x-3-4x-6<6$$
$$-x<15$$
$$x>-15$$

Této nerovnici vyhovuje každé přirozené číslo. Má-li být menší než 7, vyhovují $x\in\{1,2,3,4,5,6\}$, je jich tedy 6.

5. $45\%\text{ z }900=\frac{45}{100}\cdot 900=405$

6. a) Zlomek $\frac{a+3}{2a-4}$ nemá smysl, pokud je jeho jmenovatel rovný nule, tedy

$2a-4=0$, z toho $a = 2$

Zlomek nemá smysl pro $a = 2$.

b) Zlomek $\frac{a+3}{2a-4}$ má hodnotu 1, tedy platí

$$\frac{a+3}{2a-4}=1$$
$$a+3=2a-4$$
$$7=a$$

Zlomek má hodnotu 1 pra $a = 7$.

7. a)

$$S=\frac{(z_1+z_2).v}{2}\,/.2$$
$$2S=(z_1+z_2).v\,/:(z_1+z_2)$$
$$\frac{2S}{z_1+z_2}=v$$

b)

$$S=\frac{(z_1+z_2).v}{2}\,/.2$$
$$2S=(z_1+z_2)\,/:v$$
$$\frac{2S}{v}=z_1+z_2\,/-z_2$$
$$\frac{2S}{v}-z_2=z_1$$
$$\frac{2S-z_2v}{v}=z_1$$

8. $x = 2A3B$

Číslo je dělitelné dvanácti, je-li dělitelné třemi a čtyřmi. Aby bylo dělitelné čtyřmi, musí mít poslední dvojčíslí 32 nebo 36, takže B může být 2 nebo 6.

Pokud $B = 2$, pak A dostaneme z toho, že je-li číslo dělitelné třemi, je jeho ciferný součet dělitelný třemi, takže $2+A+3+2=A+7$, takže $A = 2$ nebo 5 nebo 8.

Pokud $B = 6$, pak ciferný součet čísla x je $2+A+3+6=A+11$, takže $A = 1$ nebo 4 nebo 7. Možné dvojice číslic (A, B) jsou: (2, 2), (5, 2), (8, 2), (1, 6), (4, 6) a (7, 6).

9. Dvě karty z 32 je možné vybrat $\frac{32.31}{2}$ způsoby, to je 496 možností.

Dva krále ze čtyř je možné vybrat $\frac{4.3}{2}$ způsoby, to je 6 a tedy

pravděpodobnost $p = \frac{6}{496} = \frac{3}{248}$.

10. 5.10.3 = 150 různých obědů.

11. Má-li krychle délku hrany *a*, její povrch $S = 6a^2$. Pokud se každá hrana zmenší o 10%, bude hrana nové krychle 90% z *a*, tedy $\frac{90}{100}.a = \frac{9}{10}.a$ a její povrch

$$\begin{aligned} S' &= 6.\left(\frac{9}{10}.a\right)^2 = \\ &= 6.\frac{81}{100}.a^2 = \\ &= \frac{81}{100}.6.a^2 = \\ &= \frac{81}{100}S \end{aligned},$$

tedy S' je 81% z *S*.

To znamená, že původní povrch se zmenší o (100 – 81)% = 19%.

12. Trojúhelníky *ABC* a $A'B'C'$ jsou podobné, pokud se shodují velikosti jejich dvou úhlů.

V ΔABC známe $\alpha = 42°16'$, $\gamma = 90°$, tedy

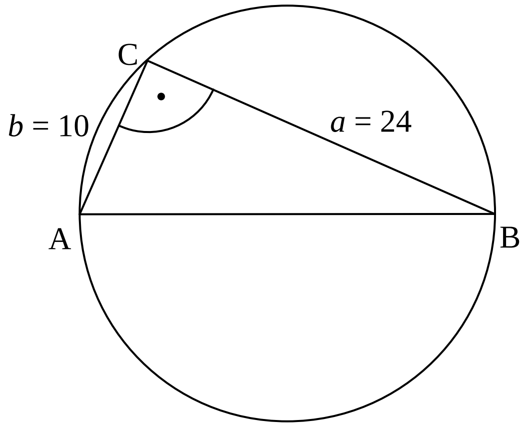
$$\beta = 180° - (90° + 42°16') = 90° - 42°16' = 47°44'.$$

V $\Delta A'B'C'$ známe $\beta' = 47°44'$, $\gamma' = 90°$, tedy

$$\alpha' = 180° - (90° + 47°44') = 90° - 47°44' = 42°16'.$$

Platí $\alpha = \alpha'$, $\beta = \beta'$, $\gamma = \gamma'$, trojúhelníky jsou si podobné.

13.



$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$c^2 = 100 + 576 = 676$$
$$c = \sqrt{676}$$
$$c = 26$$

Poloměr kružnice opsané tomuto trojúhelníku je $r = \frac{c}{2} = 13$ cm.

14. Ze vzorce pro obsah kruhu

$$S = \pi r^2,$$

vyjádříme r

$$\frac{S}{\pi} = r^2,$$

tedy

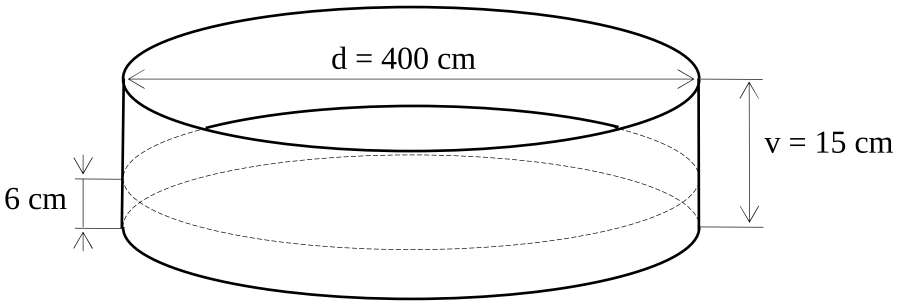
$$r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{2119,5}{3,14}} = \sqrt{675}\ .$$

Vypočítanou hodnotu poloměru r dosadíme do vzorce pro obvod kruhu

$$o = 2\pi r$$
$$o = 2.3,14.\sqrt{675}$$
$$o \doteq 163,16\ (\text{cm})$$

Obvod kruhu o je 163,16 cm.

15.



r = 200 cm = 20 dm

$v = (15 - 6)$ cm = 9 cm = 0,9 dm

$V = \pi r^2 v = 3{,}14.20^2.0{,}9 = 1130{,}4$ (dm^3)

V = 1130,4 (l)

Nádobu naplníme 1130,4 l vody.

TEST 2

1.	Vypočtěte: $\sqrt{16}:4-\left(1-2\sqrt{9}\right):5$
2.	Vypočtěte hodnotu výrazu $$\frac{5x-14}{3}-2 \qquad \text{pre } x=-1.$$
3.	Kolik různých dvouciferných čísel můžeme napsat pomocí číslic 0, 1, 3 tak, aby se cifry neopakovaly?
4.	Vyřešte rovnici $$2-\frac{4-2x}{x-5}=1-\frac{6}{5-x}$$
5.	Vyřešte soustavu rovnic sčítací metodou: $$3a-b=10$$ $$2a+b=0$$

6.	Výpočtem určete průsečík grafu lineární funkce $y = 2x - 7$ s osou x a s osou y.
7.	Zjednodušte výraz a určete podmínky: $\left(\frac{x+y}{x} - \frac{x+y}{y}\right) : \left(\frac{x^2 - y^2}{xy}\right)$
8.	Šest chlapců tvoří 40% všech žáků ve třídě. Kolik děvčat je ve třídě?
9.	Z jedné třídy budou ke studiu matematiky přijati dva žáci. Mezi čtyřmi přihlášenými je také Eliška. Jaká je pravděpodobnost, že bude přijatá?
10.	Kolika různými způsoby mohou sedět na večírku na čtyřech židlích vedle sebe dva chlapci a dvě děvčata, chtějí-li děvčata sedět na kraji?

11.	V obdélníku *ABCD* známe délku strany *AB* = 16 cm a úhlopříčky *AC* = 20 cm. Vypočtěte jeho obvod a obsah.
12.	Jakou výšku má sloup, jehož vrchol je vidět ze vzdálenosti 20 m pod úhlem 45°?
13.	Vypočtěte obsah kruhu, jehož průměrem je výška rovnostranného trojúhelníku s délkou strany 9 cm.
14.	Rozdělte graficky úsečku *AB* délky 7 cm v poměru 3 : 5.
15.	Kolik litrů vody se vejde do bazénu ve tvaru kvádru s rozměry 15 m, 7,5 m, 4,5 m?

ŘEŠENÍ TESTU 2

1. $\sqrt{16}:4-\left(1-2\sqrt{9}\right):5=4:4-\left(1-2.3\right):5=1-\left(-5\right):5=1+1=2$

2. $\dfrac{5x-14}{3}-2=$

$=\dfrac{5.\left(-1\right)-14}{3}-2=$

$=\dfrac{-19}{3}-2=$

$=\dfrac{-19-6}{3}=$

$=-\dfrac{25}{3}$

3. Na začátku mohou být jen cifry 1 a 3.

Pokud bude na začátku 1, budou to čísla 10 a 13.
Pokud bude na začátku 3, budou to čísla 30 a 31.

To znamená, že hledaná čísla jsou čtyři.

4. V rovnici

$$2-\frac{4-2x}{x-5}=1-\frac{6}{5-x}$$

musí být jmenovatel různý od 0, takže $x\neq 5$.

Odstraníme zlomky, vynásobíme obě strany rovnice $x-5$. Dostaneme

$$\begin{aligned}2\left(x-5\right)-\left(4-2x\right)&=x-5+6\\ 2x-10-4+2x&=x+1\\ 4x-14&=x+1\\ 3x&=15\\ x&=5,\end{aligned}$$

ale nevyhovuje podmínce, to znamená, že rovnice nemá řešení.

5. V soustavě rovnic

$$3a - b = 10$$
$$2a + b = 0$$

obě rovnice sečteme, dostaneme

$$5a = 10$$
$$a = 2,$$

dosadíme do kterékoliv z rovnic a dostaneme, např. po dosazení do první rovnice,

$$3.2 - b = 10$$
$$6 - b = 10$$
$$-b = 4$$
$$b = -4$$

Provedeme zkoušku:

$$L_1 \quad = \quad 3.2 - (-4) \quad = \quad 6 + 4 \quad = \quad 10 \quad = \quad P_1$$
$$L_2 \quad = \quad 2.2 + (-4) \quad = \quad 4 - 4 \quad = \quad 0 \quad = \quad P_2$$

Řešením soustavy je uspořádaná dvojice $[a, b] = [2, -4]$.

6. Průsečík X grafu funkce $y = 2x - 7$ s osou x dostaneme tak, že za y dosadíme 0 a x vypočítáme:

$$0 = 2x - 7$$
$$\frac{7}{2} = x$$
$$x = 3{,}5,$$

tedy $X[3{,}5; 0]$.

Průsečík Y grafu funkce s osou y dostaneme tak, že za x dosadíme 0 a y vypočítáme

$$y = 2.0 - 7$$
$$y = -7,$$

tedy $Y[0; -7]$.

7. $$\left(\frac{x+y}{x}-\frac{x+y}{y}\right):\left(\frac{x^2-y^2}{xy}\right)=$$

$$=\frac{y(x+y)-x(x+y)}{xy}\cdot\frac{xy}{(x-y)(x+y)}=$$

$$=\frac{xy+y^2-x^2-xy}{xy}\cdot\frac{xy}{(x-y)(x+y)}=$$

$$=\frac{y^2-x^2}{x^2-y^2}=-1,$$

Podmínky:

$x\neq 0 \quad x\neq y$

$y\neq 0 \quad x\neq -y$

8.

$$\begin{array}{ccc} 6 & \cdots & 40\% \\ x & \cdots & 100\% \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} x:6 & = & 100:40 \\ 40x & = & 600 \\ x & = & \dfrac{600}{40} \\ x & = & 15 \end{array}$$

Ve třídě je 15 žáků, tedy děvčat je 9.

Jiný způsob: Je-li 40% chlapců, potom děvčat je 60%, odtud

$$\begin{array}{ccc} 6 & \cdots & 40\% \\ x & \cdots & 60\% \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} x:6 & = & 60:40 \\ 40x & = & 6.60 \\ x & = & \dfrac{360}{40} \\ x & = & 9 \end{array}$$

Děvčat je 9.

9. Všech dvojic, které můžeme vytvořit ze čtyř žáků je $\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$.

Počet dvojic, v nichž je Eliška, je 3, protože k Elišce můžeme přidat kteréhokoliv ze zbylých tří žáků.

Pravděpodobnost tedy bude $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

10. Označme děvčata D_1 a D_2 a chlapce C_1 a C_2. Možnosti rozsazení jsou

$$
\begin{array}{cccc}
D_1 & C_1 & C_2 & D_2 \\
D_1 & C_2 & C_1 & D_2 \\
D_2 & C_1 & C_2 & D_1 \\
D_2 & C_2 & C_1 & D_1
\end{array}
$$

Jsou čtyři možnosti rozsazení.

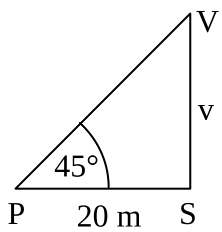
11. V obdélníku *ABCD* známe stranu *AB* a úhlopříčku *AC*. Trojúhelník *ABC* je pravoúhlý s pravým úhlem ve vrcholu *B*. Pomocí Pythagorovy věty vypočítáme délku odvěsny *BC*.

$$
\begin{aligned}
|BC|^2 &= |AC|^2 - |AB|^2 \\
|BC|^2 &= 400 - 256 \\
|BC|^2 &= 144 \\
|BC| &= 12
\end{aligned}
$$

$o = 2(a+b) = 2(12+16) = 56$ cm.

$S = ab = 16.12 = 192$ cm^2.

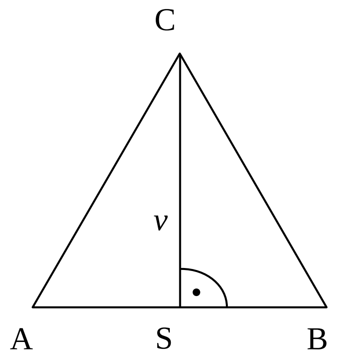
12.



Trojúhelník *PSV* je pravoúhlý s pravým úhlem ve vrcholu *S* a zároveň je rovnoramenný, protože úhel ve vrcholu *V* je 45°.

Výška sloupu je tedy 20 m.

13.



Vypočítáme výšku v_c rovnostranného trojúhelníku ABC

$$v^2 = |CB|^2 - |SB|^2$$

$$v^2 = 9^2 - (4{,}5)^2 = 81 - 20{,}25 = 60{,}75$$

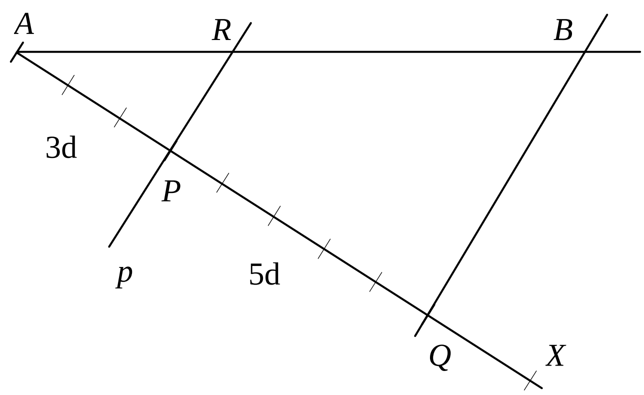
$$v = \sqrt{60{,}75} = 7{,}79 \doteq 7{,}8\,\text{cm}$$

Délka výšky je průměr kruhu, to znamená, že poloměr kruhu je 3,9 cm.

$$S = \pi r^2 = 3{,}14.(3{,}9)^2 = 47{,}76\,\text{cm}^2$$

Obsah kruhu je 47,76 cm^2

14.



Sestrojíme libovolnou polopřímku AX, na kterou naneseme 3 a 5 dílů pomocí dělících bodů P a Q.

Spojíme body Q, B a sestrojíme přímku p rovnoběžnou s přímkou QB.

Její průsečík s úsečkou AB bude bod R a bude ji rozdělovat v poměru 3 : 5.

15. Vypočítáme objem bazénu $V = abc = 15.7{,}5.4{,}5 = 506{,}25$ (m^3)

506,25 m^3 = 506,25.1 000 dm^3 = 506 250 l

Do bazénu se vejde 506 250 l vody.

TEST 3

1.	Vypočtěte: $$\frac{(-2)^3-(2)^2+3^2}{-(-2)^2+(-3)^2-(-1)^3}$$
2.	Zapište jako výraz a) číslo o 10 menší než *x*. b) číslo o 2*x* větší než třínásobek čísla y.
3.	Které přirozené číslo obsahuje 12 tisícovek, 15 stovek, 21 desítek a 11 jednotek?
4.	Původní cena auta byla 523 000 Kč. Po zlevnění stálo 460 240 Kč. O kolik procent bylo zlevněno?
5.	Číslo 345 rozložte na dva sčítance tak, aby jeden sčítanec byl 4 krát větší než druhý. Určete větší ze sčítanců.

6.	Kdyby na koncert přišlo o 153 účastníků více, chybělo by jen 7 lidí do desetitisíc. Kolik lidí bylo na koncertě?
7.	V košíku je 6 jablek. Kolik hrušek musíme do košíku přidat, aby pravděpodobnost vybrání hrušky byla $\frac{1}{3}$?
8.	Terezka sází na zahradě květy. Kdyby každou hodinu namísto 9 květů zasadila 12, byla by s prací hotová o hodinu dříve. Kolik květů má vysázet?
9.	Dva přátelé se rozešli na křižovatce dvou na sebe kolmých cest. První jel rychlostí 24 km/h, druhý 18 km/h. Jak jsou od sebe vzdáleni po půl hodině?
10.	V pravoúhlém lichoběžníku mají základny délky 18 cm a 10 cm. Délka kratšího ramene je 6 cm. Vypočtěte jeho obsah a obvod.

11.	Dvě kružnice s poloměry 13 cm a 15 cm se protínají v bodech *A*, *B* tak, že délka úsečky *AB* je 24 cm. Vypočtěte vzdálenost středů těchto kružnic.
12.	Do krychle s hranou 10 cm je vepsaný válec. Vypočtěte jeho povrch.
13.	Je dán čtverec *ABCD* s délkou strany $\lvert AB \rvert = 6\,\mathrm{cm}$. Znázorněte všechny body *X* v rovině, pro které platí, že $\lvert AX \rvert \leq 6\,\mathrm{cm}$ a současně $\lvert CX \rvert \leq 6\,\mathrm{cm}$.
14.	Je daná kružnice $k(S; 6\,\mathrm{cm})$. Vypočtěte velikost středového úhlu, který patří tětivě dlouhé 10 cm.
15.	Kosočtverec má obsah 52,5 cm^2 a výšku 4,2 cm. Vypočtěte jeho obvod.

ŘEŠENÍ TESTU 3

1. $\dfrac{(-2)^3-(2)^2+3^2}{-(-2)^2+(-3)^2-(-1)^3}=$

$=\dfrac{-8-4+9}{-4+9+1}=$

$=-\dfrac{3}{6}=$

$=-\dfrac{1}{2}$

2. a) x-10
b) 3y+2x

3. $12.1000+15.100+21.10+11.1=$

$=12\ 000+1\ 500+210+11=$

$=13\ 721$

4.
$100\% \quad \ldots \quad 523\,000$
$x\% \quad \ldots \quad 460\ 240$

$$\frac{x}{100}=\frac{460\ 240}{523\,000}$$

$$523\,000.x = 460\ 240.100$$

$$x=\frac{46\ 024\ 000}{523\,000}$$

$$x=88\ (\%)$$

$100\%-88\%=12\%$

Auto bylo zlevněno o 12 %.

5. 1. sčítanec x
2. sčítanec .... $4x$

Sestavíme rovnici:

$$x + 4x = 345$$
$$5x = 345$$
$$x = 69$$
$$4x = 4.69 = 276$$

Větší ze sčítanců je 276.

6. Na koncert přišlo x lidí.

$$x + 153 + 7 = 10\,000$$
$$x + 160 = 10\,000$$
$$x = 10\,000 - 160$$
$$x = 9\,840$$

Na koncert přišlo 9 840 lidí.

7. Přidáme x hrušek, v košíku je tedy dohromady $(x+6)$ kusů ovoce.

Pravděpodobnost, že vybereme hrušku je $\frac{x}{x+6}$ a ta je rovná $\frac{1}{3}$, tedy sestavíme rovnici:

$$\frac{x}{x+6} = \frac{1}{3}$$
$$3x = x + 6$$
$$2x = 6$$
$$x = 3$$

Do košíku musíme přidat tři hrušky.

8. Počet hodin, za které by Terezka vysázela všechny květy rychlostí 9 květů za hodinu, označíme *x*.

Pokud bude sázet 12 květů za hodinu, potřebuje na tuto práci o hodinu méně, tedy $x-1$ hodin.

Sestavíme rovnici:

$$9x = 12(x-1)$$
$$9x = 12x - 12$$
$$12 = 3x$$
$$4 = x$$

Terezka potřebuje 4 hodiny, tedy má 4 . 9 květů, takže 36.

Zkouška:
Bude-li sázet 9 květů za hodinu, pak 36 květů vysází za 4 hodiny.
Bude-li sázet 12 květů za hodinu, potom 36 květů vysází za 3 hodiny, což je o hodinu méně.

9. Jede-li první rychlostí 24 km za hodinu, za půl hodiny přejede 12 km.

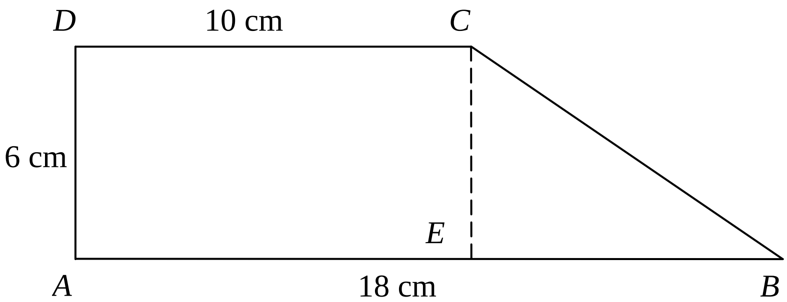
Pojede-li druhý rychlostí 18 km za hodinu, za půl hodiny přejede 9 km.

Jejich vzdálenost po půl hodině vypočítáme jako přeponu pravoúhlého trojúhelníku s odvěsnami 12 km a 9 km.

$$(12)^2 + (9)^2 = v^2$$
$$144 + 81 = v^2$$
$$225 = v^2$$
$$v = 15$$

Po půl hodině budou přátelé od sebe vzdáleni 15 km.

10.



Délka kratšího ramene pravoúhlého lichoběžníku je vlastně jeho výška, tedy

$$S = \frac{(a+c).v}{2} = \frac{(18+10).6}{2} = 84\,\text{cm}^2$$

Na výpočet obvodu potřebujeme $|CB|$. Budeme pracovat v pravoúhlém trojúhelníku *CEB*.

$|CE| = 6$ cm

a $|EB| = |AB| - |DC| = 18 - 10 = 8\,\text{cm}$

$|CB|^2 = |CE|^2 + |EB|^2 =$

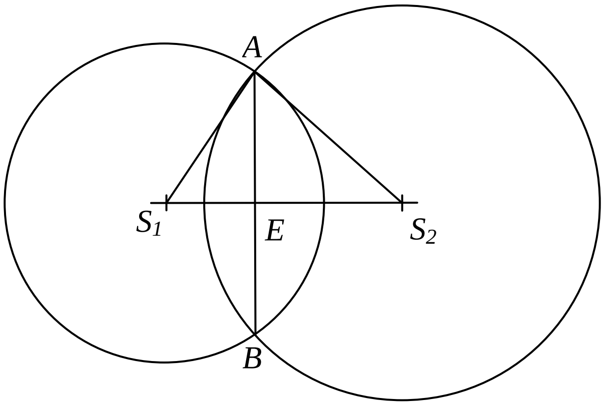
$= 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$

$|CB| = 10\,\text{cm}$

$o = a + b + c + d =$

$= 18 + 10 + 10 + 6 = 44\,\text{cm}$

11.



Tětiva AB obou kružnic protíná spojnici středů S_1, S_2 těchto kružnic v bodě E a je na ni kolmá. Pracovat budeme se dvěma pravoúhlými trojúhelníky S_1EA a S_2EA.

$$|S_1A| = r_1 = 13\,\text{cm},$$
$$|S_2A| = r_2 = 15\,\text{cm},$$
$$|EA| = 12\,\text{cm}$$

$$|S_1E|^2 = |S_1A|^2 - |AE|^2 \qquad |S_2E|^2 = |S_2A|^2 - |AE|^2$$
$$|S_1E|^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25 \qquad |S_2E|^2 = 15^2 - 12^2 = 225 - 144 = 81$$
$$|S_1E| = 5\text{ cm} \qquad |S_2E| = 9\text{ cm}$$

$$|S_1S_2| = |S_1E| + |ES_2| = 5 + 9 = 14$$

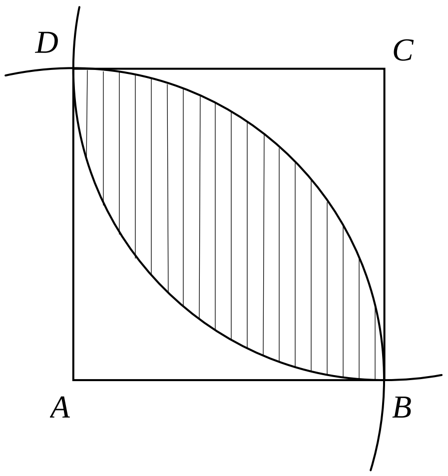
Vzdálenost středů kružnic je 14 cm.

12. Daná je krychle s hranou 10 cm. Vepíšeme-li do ní válec, jeho poloměr bude rovný poloměru kružnice vepsané do čtverce o straně 10 cm, to je 5 cm. Výška válce je vlastně délka hrany krychle.

$$S = 2\pi r(r + v)$$
$$S = 2\pi 5(5 + 10) = 150\pi = 150.3{,}14 = 471\left(\text{cm}^2\right)$$

Povrch válce je 471 cm^2.

13.

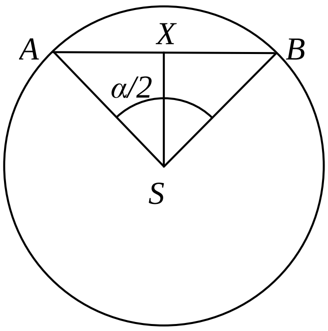


Všechny body *X*, jejichž vzdálenost od bodu *A* je menší nebo rovná 6 cm, leží v kruhu, jehož střed je bod *A* a poloměr je 6 cm.

Stejně tak všechny body *X*, jejichž vzdálenost od bodu *C* je menší nebo rovná 6 cm, leží v kruhu, jehož střed je *C* a poloměr je 6 cm.

Hledaná množina bodů je tedy průnik dvou kruhů. (viz množina vyšrafovaná na obrázku).

14.



Když sestrojíme kolmici z bodu *S* na tětivu, přetne ji v bodě *X*.

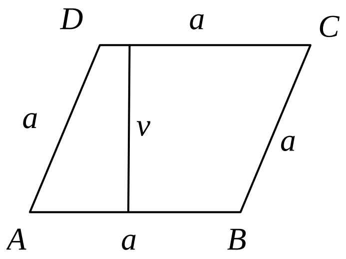
Trojúhelník *ASB* je rovnoramenný, proto *X* rozděluje úsečku *AB* na poloviny a zároveň půlí úhel *ASB*.

V pravoúhlém trojúhelníku *SXB* použijeme goniometrickou funkci $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{5}{6} = 0{,}8333$,

použijeme tabulky, nebo kalkulačku, $\frac{\alpha}{2} = 56°26'$

Velikost středového úhlu α je 112°52´.

15.



Ze vzorce pro výpočet obsahu kosočtverce

$$S = a.v$$

vyjádříme délku strany a

$$a = \frac{S}{v}$$

dostaneme

$$a = \frac{52{,}5}{4{,}2} = 12{,}5$$

$$o = 4a = 4.12{,}5 = 50\,(\mathrm{cm})$$

Obvod kosočtverce je 50 cm.

Testy 4 – 10 jsou v knize.